

Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике
Методическая комиссия олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве



V Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве

Региональный этап

День второй

Задания, решения и критерии оценивания

Москва
2026

Содержание

Общие указания для жюри	2
Характеристика комплекта заданий	2
Организация работы жюри и подведение итогов	2
Принципы оценивания олимпиадных работ	3
7 класс	5
7.6 Страх и Ужас в Лас-Струвусе	6
7.7 Край вулканов и гейзеров	13
7.8 Сияй, Сгух, сияй	18
8 класс	22
8.6 Страх и Ужас в Лас-Струвусе	23
8.7 Старичок-шаровичок	25
8.8 Астрономия Петербурга	32
Приложения	38
К задаче 8.8: из месяцеслова на 1799 год	38
Справочные данные	39

Общие указания для жюри

Характеристика комплекта заданий

Региональный этап олимпиады в 2026 году проводится в два письменных тура. Комплект содержит по 8 задач для участников каждого класса. Задание № 6 идентично для обоих классов.

День (тур)	Задачи	За задачу	Всего
Первый (теоретический)	№ 1–5	16 баллов	80
Второй (практический)	№ 6–8	20 баллов	60
Максимальный результат			140

Организация работы жюри и подведение итогов

1. Жюри осуществляет деятельность в соответствии с пунктом 18 Положения об олимпиаде и пунктами 23–30 Регламента организации и проведения регионального этапа олимпиады. Эти документы опубликованы на сайте олимпиады struve.astroedu.ru.

2. Член жюри, ответственный за проверку какой-либо задачи, для обеспечения единообразия проверки должен проверить её решение у *всех* участников соответствующего класса.

3. Каждая задача проверяется *независимо* двумя членами жюри.

Для определения окончательной оценки проверявшие задачу члены жюри проводят совместное обсуждение работ, по оценке которых возникли разногласия. Если устранить разногласия не удалось, решение принимает председатель жюри. При расхождении на 1 балл допустимо считать окончательной наибольшую из оценок без дополнительного обсуждения.

В протокол жюри вносится *одна* согласованная оценка за задачу — целое число.

4. До подведения итогов олимпиады жюри обязано провести показ работ (по запросам участников) и рассмотреть апелляции о несогласии с выставленными баллами.

Рассмотрение апелляции проводится в спокойной и доброжелательной обстановке. Изменение баллов в ходе процедуры апелляции не является «браком» в работе жюри! *Каждый может ошибаться.*

5. Жюри определяет победителей и призёров олимпиады в пределах квоты, установленной региональным организатором, исходя из распределения результатов участников каждого класса в отдельности.

Рекомендуется избегать ситуаций, когда граница между участниками с разным статусом проводится при небольшой разнице итоговых баллов.

При определении победителей и призёров крайне рекомендуется исходить исключительно из относительного распределения результатов участников, без оглядки на потенциально возможный максимальный результат. В частности, Положением об олимпиаде *не предусмотрены ограничения* для признания победителем или призёром олимпиады участника, набравшего менее 50 % от максимума.

Принципы оценивания олимпиадных работ

1. Правильное решение оценивается полным баллом, при этом оно не обязано повторять авторское буквально или логически. Частично верное или совершенно неверное решение оценивается соответственно частичным баллом или нулём.

2. Решение участника разбивается на логические элементы (шаги). Каждый из шагов оценивается независимо в соответствии с критериями, приведёнными после авторского решения задачи. Оценка за задачу равна сумме оценок за каждый из критериев. За каждый из критериев выставляется *целая неотрицательная* оценка. Если критерием предусмотрен штраф, он применяется к полной оценке за критерий. Штрафы в пределах одного критерия складываются*.

3. Каждый критерий оценивается независимо. За одну и ту же ошибку участник не может быть «наказан» дважды.

Так, если критерии подразумевают выполнение последовательности действий и участник допускает ошибку, оценка снижается только за соответствующий шаг, а последующие результаты должны пересчитываться и оцениваться так, будто промежуточный ответ был правильным.

Исключение: если участник получил и проигнорировал заведомо абсурдный ответ (конечный или промежуточный), оценка снижается за все связанные критерии вплоть до нуля.

* Например, если критерий в 3 балла подразумевает вычисление некоторой величины (3 балла), и при этом участник допускает арифметическую ошибку (–1 балл), то итоговая оценка за этот критерий составляет 2 балла.

4. Оригинальные решения, не совпадающие с авторскими, оцениваются по аналогии, если в них возможно выделить аналогичные шаги.

Решение участника может оказаться более эффективным, чем авторское. В таком случае «выпадающие» критерии оцениваются в полном объёме.

5. Если участник совершает ошибку, не предусмотренную в критериях, член жюри самостоятельно определяет величину штрафа.

Оценка *не снижается* за плохой почерк, помарки, недостатки оформления и прочие не относящиеся к сути решения участника элементы, но может быть снижена за запись численных ответов с заведомо абсурдной точностью.

6. Для выставления справедливой оценки необходимо учесть *всю проделанную участником работу*. Некоторые правильные идеи и догадки, имеющие отношение к корректному решению задачи, могут быть оценены суммарно в 1–2 балла даже при отсутствии конкретных продвижений.

7. Не оцениваются элементы, не имеющие отношения к решению конкретной задачи: отвлечённые факты и произвольные формулы. Однако если правильное решение содержит необязательные дополнения и комментарии с грубыми физическими и астрономическими ошибками, оценка может быть снижена.

8. Члены жюри могут обратиться за консультацией в методическую комиссию олимпиады по адресу **struve@astroedu.ru**.

*7 класс.
День второй*



7.6 Страх и Ужас в Лас-Струвусе

На снимке экрана из компьютерного планетария Stellarium изображён вид неба с одного из спутников Марса. Яркая звезда слева недалеко от Регула — Солнце.

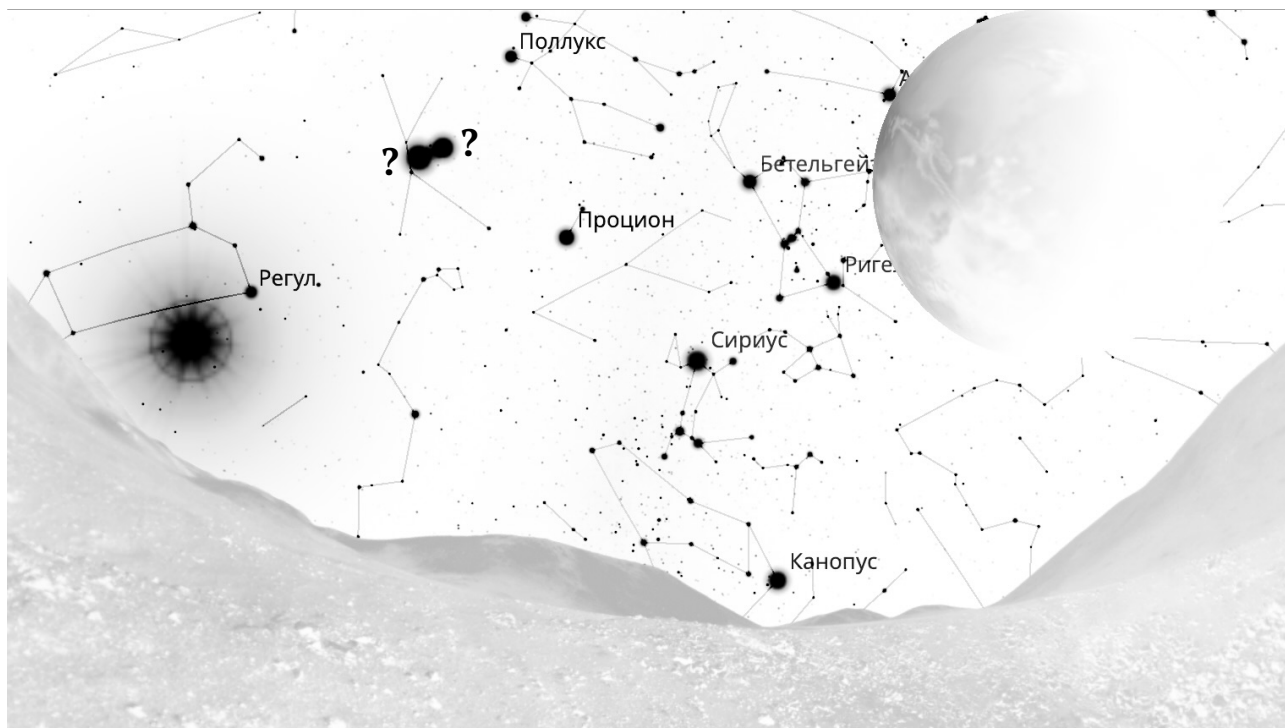


Рис. 1: Симуляция неба при наблюдении с одного из спутников Марса (негатив)

- Какие зодиакальные созвездия хотя бы частично попали на рис. 1?
- Какова средняя протяжённость зодиакального созвездия вдоль эклиптики?
- Используя данные о спутниках Марса (таблица 1) и, при необходимости, заготовку чертежа (рис. 2), найдите, под каким углом Марс виден с каждого из спутников.
- Определите по имеющимся данным, на каком спутнике находится наблюдатель.
- Выясните, может ли одним из двух ярких объектов, обозначенных на рис. 1 знаком «?», быть Меркурий.

Бланк ответов

а) Зодиакальные созвездия: **Лев, Рак, Близнецы, Телец, Овен, Рыбы.**

б) Градусов на созвездие: **30°.**

Обоснование: на 13 зодиакальных созвездий приходится 360° эклиптики, то есть в среднем $360^\circ / 13 \approx 28^\circ \approx 30^\circ$ на созвездие.

в) Таблица 1: Спутники Марса

Спутник	Радиус орбиты км	Орбитальный период сут.	Средний диаметр км	Масса кг	Видимый угловой размер Марса градусы (°)
Фобос	9 377.2	0.3189	22.5	$1.07 \cdot 10^{16}$	43
Деймос	23 458	1.2624	12.4	$1.48 \cdot 10^{15}$	17

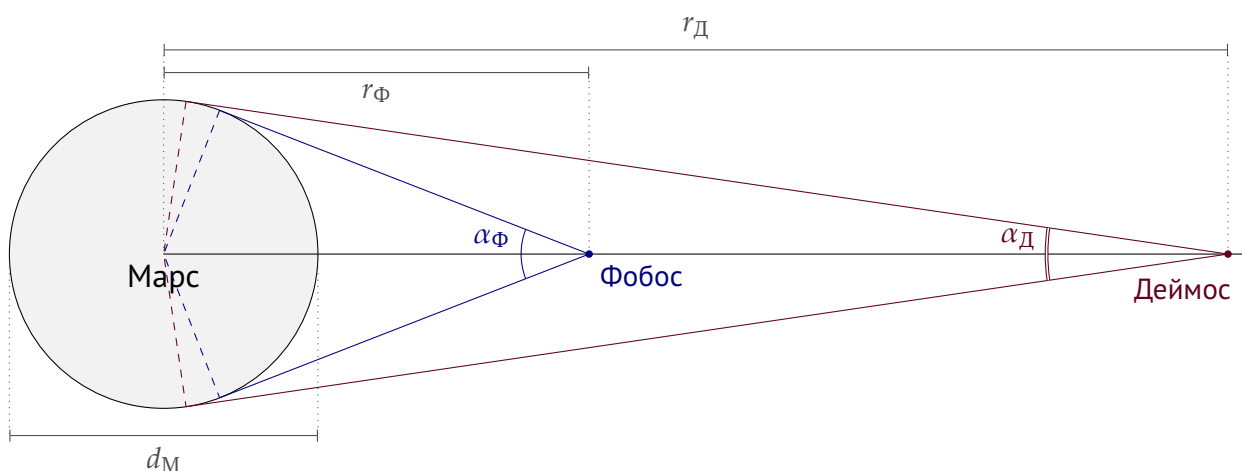


Рис. 2: Определение углового размера Марса

г) Наблюдатель на ☒ **Фобосе** ☐ Деймосе

Обоснование: соотносим угловой размер Марса со средней протяжённостью зодиакального созвездия — диск Марса закрыл бы 1.5–2 созвездия.

д) Может ли это быть Меркурий? ☐ Да ☒ **Нет**

Возможное решение:

а) Солнце находится в созвездии **Льва** (на рис. 1 отмечена ярчайшая звезда — Регул). Выше и правее, вдоль эклиптики можно заметить другие зодиакальные созвездия:

- **Рак** (где находятся яркие объекты со знаками «?»),
- **Близнецы** (подписан Поллукс — β Близнецов),
- **Телец** (Альдебаран вместе с подписью и Плеяды почти скрылись за Марсом),
- **Овен** (астеризм заметен в правом верхнем углу изображения),
- **Рыбы** (совсем краешком, «хвостами» справа).

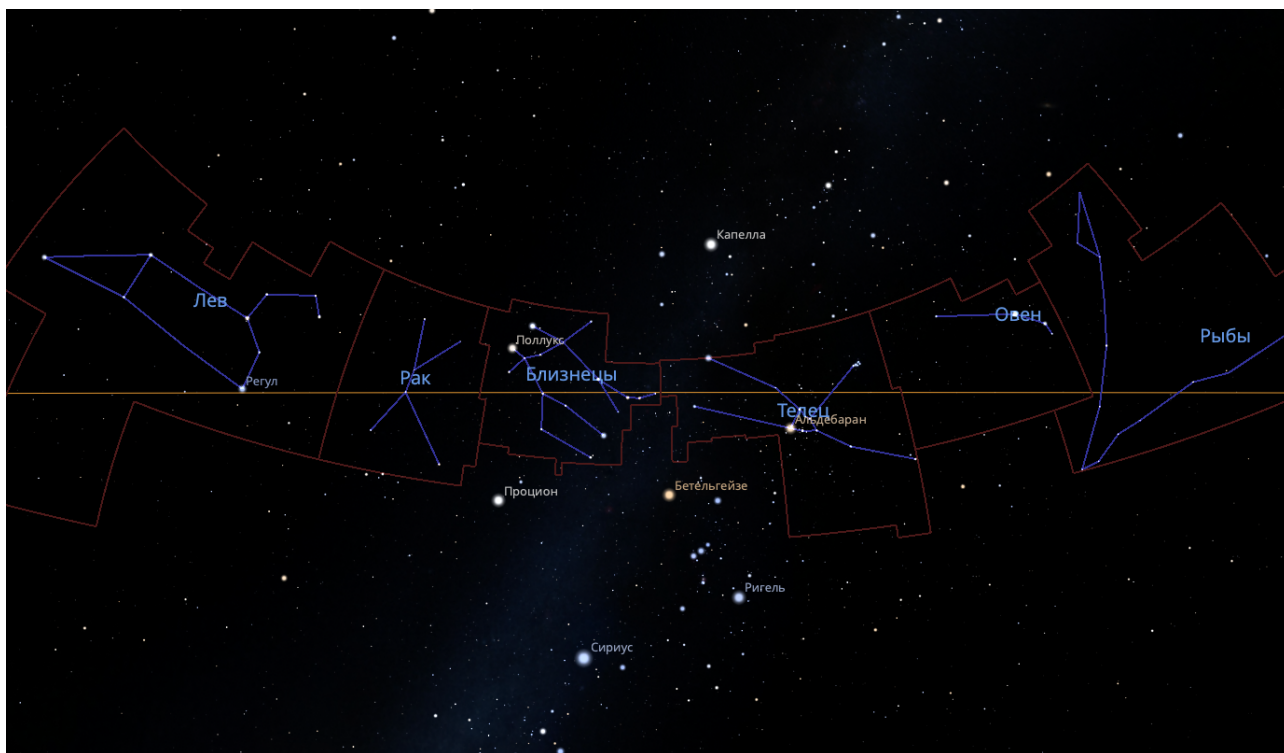


Рис. 3: Соответствующий участок эклиптики

б) Эклиптика проходит через 13 созвездий, называемых зодиакальными. Современные границы зодиакальных созвездий были установлены на генеральной ассамблее Международного астрономического союза в 1928 году и, заметим, не имеют ничего общего со знаками зодиака[†].

На 360° эклиптики приходится 13 созвездий, то есть в среднем $360^\circ/13 \approx 28^\circ \approx 30^\circ$ на созвездие. Неучёт Змееносца в числе зодиакальных созвездий существенно на ответ не повлияет: $360^\circ/12 = 30^\circ$.

[†]Например, Солнце находится в Скорпионе всего 7 дней в течение года, а в Змееносце — 18 дней, но Змееносец в число «классических» знаков зодиака не входит, из-за чего возникает путаница.

в) Для определения видимого углового размера Марса для наблюдателей на его спутниках достаточно воспользоваться заготовкой чертежа.

Измерим линейкой[‡]: диаметр Марса *на чертеже* $d_M = 41$ мм. В то же время из справочных данных известно, что радиус Марса $R_M = 3.40$ тыс. км, диаметр $D_M = 2R_M = 6.80$ тыс. км.

Вычислим расстояния от центра Марса до каждого из спутников *на чертеже*:

$$r_\Phi = d_M \cdot \frac{R_\Phi}{D_M} = 41 \text{ мм} \times \frac{9.38}{6.80} \approx 57 \text{ мм};$$

$$r_D = d_M \cdot \frac{R_D}{D_M} = 41 \text{ мм} \times \frac{23.5}{6.80} \approx 142 \text{ мм}.$$

Здесь R_Φ и R_D — радиус орбиты Фобоса и Деймоса соответственно.

Осталось отметить положения спутников в масштабе чертежа, построить касательные к диску Марса лучи зрения и измерить соответствующие углы, под которыми виден Марс (рис. 2):

$$\alpha_\Phi \approx 43^\circ;$$

$$\alpha_D \approx 17^\circ.$$

Возможно ответить на вопрос аналитически (заготовка чертежа предлагалась участникам, но использовать её не обязательно!).

Видимый со спутника угловой размер Марса вычислим исходя из того, что радиус Марса R_M является противолежащим угловому радиусу Марса β катетом в прямоугольном треугольнике при гипотенузе, равной радиусу орбиты спутника (рис. 4):

$$\alpha = 2\beta = 2 \arcsin \frac{R_M}{R}.$$

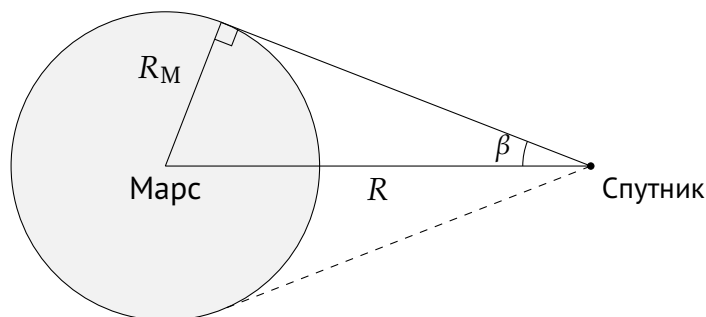


Рис. 4: К расчёту углового размера Марса

[‡]Приведённые размеры соответствуют печати условия задачи на листе А4 с масштабом 100 %.

Подстановка параметров спутников даёт

$$\alpha_{\Phi} = 2 \arcsin \frac{R_M}{R_{\Phi}} = 2 \arcsin \frac{3.40}{9.38} = 42.5^{\circ} \approx \mathbf{43^{\circ}};$$

$$\alpha_{\text{Д}} = 2 \arcsin \frac{R_M}{R_{\text{Д}}} = 2 \arcsin \frac{3.40}{23.46} = 16.7^{\circ} \approx \mathbf{17^{\circ}}.$$

Приближение малых углов (см., например, решение задачи 7.4(а)) в рамках данной задачи тоже даёт приемлемые по точности результаты:

$$\alpha_{\Phi} \approx 360^{\circ} \cdot \frac{D_M}{2\pi R_{\Phi}} = 360^{\circ} \times \frac{6.80}{2\pi \times 9.38} \approx 42^{\circ};$$

$$\alpha_{\text{Д}} \approx 360^{\circ} \cdot \frac{D_M}{2\pi R_{\text{Д}}} = 360^{\circ} \times \frac{6.80}{2\pi \times 23.46} = 16.6^{\circ} \approx 17^{\circ}.$$

г) Для ответа на поставленный вопрос необходимо воспользоваться результатами, полученными ранее при выполнении частей задачи (б) и (в).

Соотнесём видимый размер диска Марса с протяжённостью зодиакальных созвездий (в среднем 30° на созвездие). Видно, что диск Марса закрыл бы 1.5–2 созвездия.

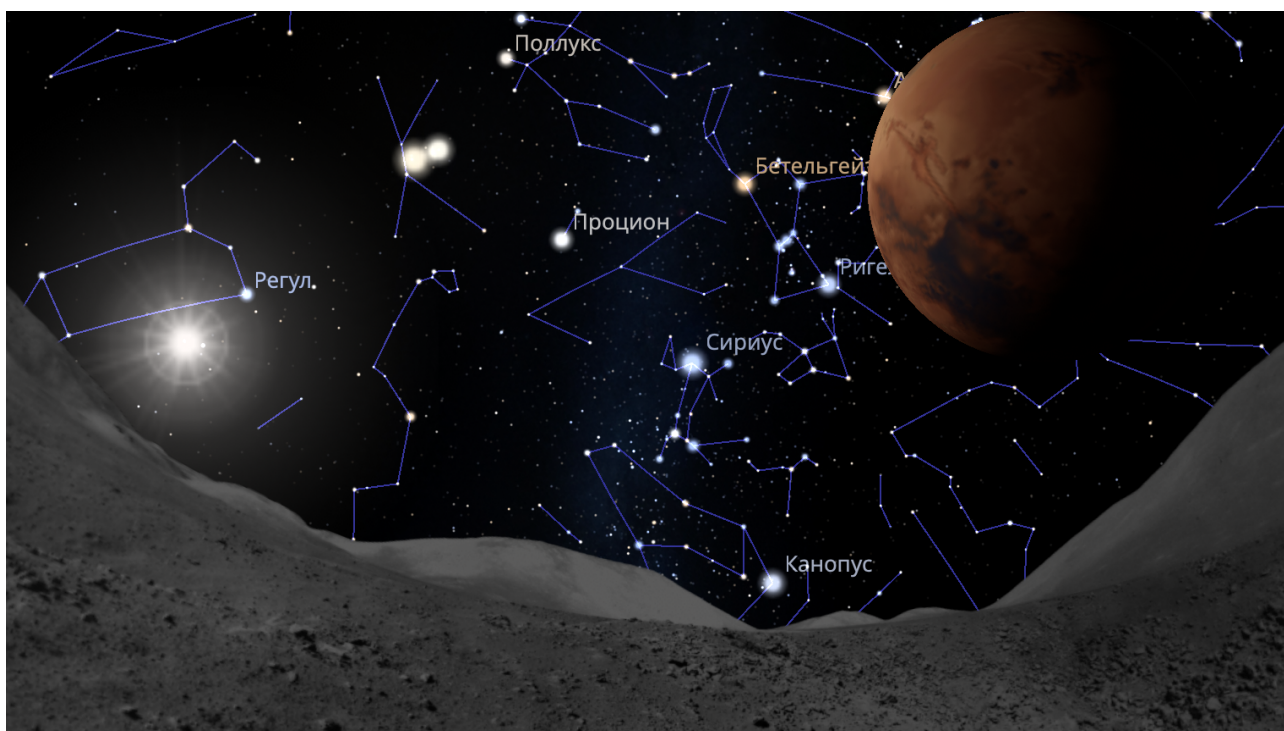


Рис. 5: Симуляция неба при наблюдении с одного из спутников Марса

Такая ситуация соответствует наблюдению с **Фобоса**: $43^\circ/30^\circ \approx 1.5$ созвездия. С Деймоса Марс выглядел бы заметно меньше: $17^\circ/30^\circ \approx 0.5$ созвездия.

Для определения углового масштаба изображения возможно воспользоваться и другими соображениями, например:

- отметить примерное положение точки летнего солнцестояния (на границе Близнецов и Тельца) и весеннего равноденствия (справа, слегка за границей кадра, под «головой» западной Рыбы) — угловое расстояние между ними составляет 90° , а диск Марса примерно вдвое меньше;
- вспомнить, что небесный экватор проходит чуть над Поясом Ориона, а севернее (выше) Ориона находится точка летнего солнцестояния (склонение $+23.5^\circ$). Марс заведомо (почти вдвое) больше этого расстояния;
- и так далее.

д) Известно, что при наблюдении с Земли Меркурий, ближайшая к Солнцу планета, наблюдается довольно недалеко от дневного светила. Поскольку Марс дальше от Солнца, чем Земля, Меркурий с Марса (и спутников Марса) должен быть виден ещё ближе к Солнцу.

Определение максимального углового расстояния Меркурия от Солнца на марсианском небе в сущности не отличается от задачи определения углового размера Марса, видимого с его спутников:

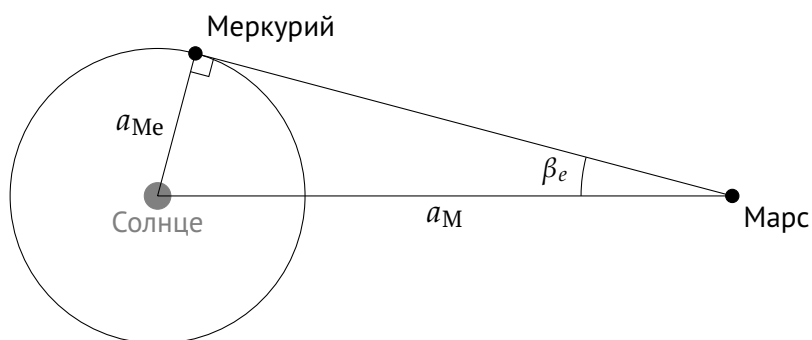


Рис. 6: К расчёту максимальной элонгации Меркурия

Допустимо вновь построить чертёж в масштабе и измерить β_e непосредственно либо произвести аналогичные вычисления:

$$\beta_e \left\{ \begin{array}{l} = \arcsin \frac{a_{\text{Me}}}{a_{\text{M}}} = \arcsin \frac{0.39}{1.52} \\ \approx 360^\circ \cdot \frac{a_{\text{Me}}}{2\pi a_{\text{M}}} = 360^\circ \times \frac{0.39}{2\pi \times 1.52} \end{array} \right\} \approx 15^\circ.$$

Объекты на изображении находятся слишком далеко от Солнца, на угловом расстоянии порядка 30° . Значит, ни один из объектов, отмеченных знаком «?», **Меркурием не является**. (В действительности это Венера и Юпитер.)

Критерии оценивания (★ — приводится на бланке решения):

(а) Зодиакальные созвездия	3
<i>Обоснование не требуется.</i>	
а1. Верно указаны 5–6 созвездий	3
• Верно указаны 3–4 созвездия	2
• Верно указаны 1–2 созвездия	1
• За каждое лишнее созвездие	–1,
но не меньше 0 баллов за критерий а1	
(б) Протяжённость зодиакального созвездия	3
б1. Ответ $\in [27^\circ; 30^\circ]$	2
б2. Корректное обоснование	1
(в) Угловые размеры Марса	6
в1. Ответы с погрешностью не более $\pm 2^\circ$	2 + 2
в2. ★ Описание метода	2
<i>В зависимости от выбранного метода, оцениваются чертёж, формулы, расчёты и т.п. Баллы выставляются за метод, который позволяет определить искомые величины с разумной точностью.</i>	
(г) Местоположение наблюдателя	3
г1. Ответ — Фобос	1
г2. Обоснование	2
<i>Засчитывается любое корректное обоснование, связанное с оценкой углового масштаба.</i>	
(д) Поиски Меркурия	5
д1. Ответ — нет	1
д2. ★ Вычисление или оценка максимальной элонгации Меркурия	3
д3. ★ Обоснование	1
<i>Засчитывается любое корректное обоснование, связанное с оценкой углового масштаба.</i>	
Всего	20

7.7 Край вулканов и гейзеров

Провели предварительный расчет по результатам геодинамических наблюдений. Оказалось, что все мы неплохо так поехали...

Камчатский филиал ФИЦ ЕГС РАН

В результате сильного землетрясения, произошедшего 30 июля 2025 года, южная часть полуострова Камчатка сдвинулась на юго-восток. Длина и направление стрелки на рис. 7 характеризуют величину и направление смещения поверхности.

- Определите величину максимального сдвига поверхности.
- Определите масштаб карты, то есть отношение соответствующих расстояний на карте и на местности (например, 1 : 1 000 000).
- Определите отношение длины 50-й географической параллели к длине земного экватора.
- Как изменилось местное солнечное время в южной части полуострова? Вычислите величину изменения для точки, в которой это изменение максимально.

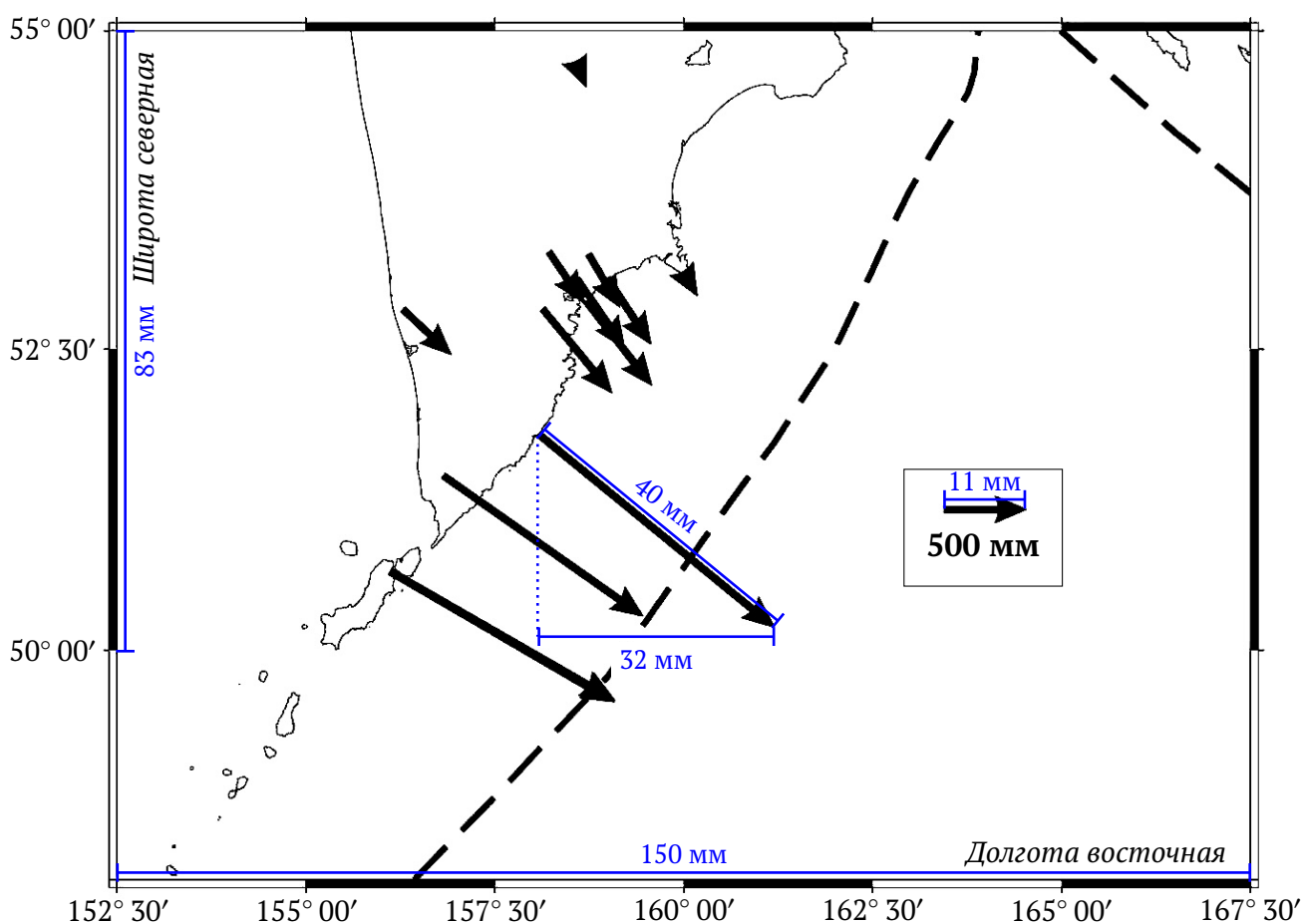


Рис. 7: Карта смещений в южной части полуострова Камчатка
Камчатский филиал ФИЦ ЕГС РАН, t.me/kbgsras/5723. Адаптировано для печати

Бланк ответов

а) Максимальный сдвиг на карте **4.0 см**, что соответствует **1.8 м**.

б) Масштаб карты: 1 : **6 700 000**.

Расчёт: 5° широты — **8.3 см** на карте — **555 км** на поверхности Земли.

Следовательно, 1 см на карте соответствует **67 км**.

в) $\frac{\text{Длина параллели } 50^\circ}{\text{Длина экватора}} = \mathbf{0.6}$.

г) Местное солнечное время сразу после сдвига

☒ **увеличилось** ☐ уменьшилось ☐ не изменилось

Максимальное изменение: **0.005 с**.

Возможное решение:

а) Прежде всего, отметим, что на рисунке одновременно используются два вида масштаба: масштаб непосредственно самой *карты*, заданный сеткой географических координат, и масштаб *смещения (сдвига)* земной поверхности, заданный длиной стрелок.

Максимальный сдвиг соответствует стрелке наибольшей длины на рис. 7. Воспользуемся линейкой, чтобы измерить её длину и длину стрелки-эталона. В результате измерений получаем[§]: длина стрелки-эталона *на карте* равна 11 мм, наибольшей стрелки — 40 мм. Так как стрелка-эталон соответствует сдвигу земной поверхности на 500 мм, получаем, что максимальный сдвиг составил

$$500 \text{ мм} \times \frac{40}{11} \approx 1.8 \cdot 10^3 \text{ мм} = \mathbf{1.8 \text{ м}}.$$

б) Длина географической параллели зависит от широты: она максимальна на экваторе и уменьшается до нуля к полюсам. Это значит, что 1° долготы на разных широтах соответствует разным расстояниям. Поэтому для определения масштаба карты будем использовать дугу меридиана.

[§]Приведённые размеры соответствуют печати условия задачи на листе А4 с масштабом 100 %.

Измерим 5° широты по шкале на карте. Они соответствуют 8.3 см. В то же время 5° земного меридиана соответствуют

$$2\pi R_{\oplus} \cdot \frac{5^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \times 6371 \text{ км}}{360^\circ} \times 5^\circ = 111 \text{ км/}^\circ \times 5^\circ = 555 \text{ км}.$$

Следовательно, 1 см на карте соответствует $555 \text{ км}/8.3 \approx 67 \text{ км} = 6\,700\,000 \text{ см}$ на поверхности Земли. Масштаб карты — **1 : 6 700 000**.

в) Заметим, что 50° с. ш. — это широта южной части Камчатки, которая изображена на карте. Измерим 5° долготы по шкале на карте. В 15° долготы — 15.0 см (измерять максимально доступный диапазон — хорошая практика, это может влиять на точность результата), значит, в 5° долготы — 5.0 см.

В приближении шарообразной Земли длина экватора равна длине меридиана, 5° долготы на экваторе также соответствовали бы на карте 8.3 см. Тогда

$$\frac{\text{Длина параллели } 50^\circ}{\text{Длина экватора}} = \frac{5.0}{8.3} \approx \mathbf{0.6}.$$

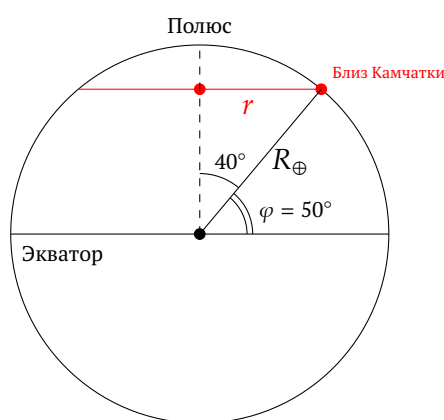


Рис. 8: К определению длины параллели 50°

Знакомые с тригонометрическими функциями могут рассчитать точный ответ не используя карту:

$$\frac{\text{Длина параллели } 50^\circ}{\text{Длина экватора}} = \frac{2\pi r}{2\pi R_{\oplus}} = \frac{R_{\oplus} \cos \varphi}{R_{\oplus}} = \cos \varphi = \cos 50^\circ \approx \mathbf{0.64}.$$

Ответы разошлись примерно на 5 %, что вполне соответствует как погрешности наших измерений, так и лёгкому искажению карты.

Схожую оценку возможно получить, оценив r/R_{\oplus} непосредственно, исполнив чертёж, аналогичный рис. 8.

д) Местное солнечное время непосредственно связано с долготой места наблюдения. Земля вращается с запада на восток. Чем восточнее пункт, тем больше его местное время. Камчатка сдвинулась на юго-восток, её долгота увеличилась, а значит, **увеличилось** и местное время.

Рассчитаем, на сколько именно. Для этого измерим величину максимального сдвига, произошедшего в восточном направлении (иными словами, измерим длину *проекции* соответствующей стрелки на параллель — горизонтальную ось). Она равна 3.2 см, что соответствует

$$0.5 \text{ м} \times \frac{3.2}{1.1} \approx 1.8 \text{ м} \times \frac{3.2}{4.0} \approx 1.4 \text{ м}.$$

Ранее вычислено, что 1° меридиана соответствует 111 км, а 1° пятидесятой параллели (с учётом найденного отношения длины параллели к длине экватора) — $111 \text{ км} \times 0.6 \approx 67 \text{ км}$. Соответствующее изменение долготы

$$\frac{1.4 \text{ м}}{67 \cdot 10^3 \text{ м}} \times 1^\circ \approx (2.1 \cdot 10^{-5})^\circ.$$

При «обходе» Земли по параллели на полном круге (360° долготы) набегает разница в 24 часа. Значит, в данном случае изменение местного времени составляет

$$24 \text{ ч} \times \frac{(2.1 \cdot 10^{-5})^\circ}{360^\circ} = 1.4 \cdot 10^{-6} \text{ ч} \approx \mathbf{0.005 \text{ с}}.$$

Критерии оценивания (★ — приводится на бланке решения):

- (а) Сдвиг поверхности** 4
- а1. Максимальный сдвиг на карте $\in [3.8; 4.2]$ см 2
- а2. Соответствует $\in [1.5; 2.3]$ м 2
- (б) Масштаб карты** 6
- б1. Измерено: 5° широты по шкале на карте $\in [80; 86]$ мм 2
- б2. Вычислено: 5° в километрах $\in [540; 570]$ км 2
- б3. 1 см на карте в километрах 1
- Исходя из результатов измерений и расчётов участника.
- б4. Указание масштаба карты 1
- Внимательнее с количеством нулей!
- Результат не округлён до 2–3 значащих цифр –1

(в) Длина 50-й параллели.....	4
в1. ★ Описание метода	2
<i>Любой разумный вариант: измерение шкалы долгот на карте, оценка радиуса параллели по чертежу Земли, точные вычисления и т.д. Баллы выставляются за метод, который позволяет определить искомые величины с разумной точностью.</i>	
в2. Отношение длин $\in [0.58; 0.66]$	2
<ul style="list-style-type: none"> • За каждую лишнюю значащую цифру, начиная с 4-й –1, но не меньше 0 баллов за критерий в2. 	
(в) Солнечное время	6
в1. Время увеличилось	2
в2. ★ Измерение сдвига вдоль параллели на карте $\in [29; 35]$ мм	1
<ul style="list-style-type: none"> • Если используется полный сдвиг (включающий меридиональную компоненту), баллы не выставляются. Дальнейшая работа засчитывается в полной мере. 	
в3. ★ Корректный расчёт изменения долготы	1
<ul style="list-style-type: none"> • Участник может объединить этот шаг со следующим; в случае верных формул критерий полностью засчитывается. 	
в4. ★ Корректный расчёт изменения местного времени с погрешностью не более 0.001 с	2
<i>Вычисление основывается на ранее полученных результатах.</i> <ul style="list-style-type: none"> • За каждую лишнюю значащую цифру, начиная с 4-й –1, но не меньше 0 баллов за критерий в4. 	
Всего	20

Рекомендуется проверить фактический масштаб печати! Если условия были распечатаны не в 100-процентном масштабе, эталонные ответы во всех критериях, связанных с измерениями на рисунке, пересчитываются пропорционально.

7.8 Сияй, Crux, сияй

Но нестерпимым стал блеск
Креста, что мы Южным зовём.

*Группа «Ария», «Штиль»,
муз. В. Дубинина, сл. М. Пушкиной*

В таблице 2 приведены расстояния r от Земли до четырёх ярчайших звёзд созвездия Южный Крест, образующих одноимённый астеризм, и количества фотонов (частиц света) N от этих звёзд и от Веги, регистрируемые одним и тем же наземным фотометром за фиксированный промежуток времени.

а) Что ярче на земном небе: Вега или астеризм Южный Крест?

Чем дальше находится звезда, тем меньше фотонов от неё приходит на ту же площадь. Известно, что результат измерения фотометра обратно пропорционален квадрату расстояния до источника света:

$$N = \frac{k}{r^2},$$

где k — некоторый постоянный коэффициент, характеризующий источник.

- б) Какая звезда в астеризме будет самой яркой, если пролететь в сторону Южного Креста 20 парсеков?
- в) Посмотрим на каждую из звёзд с некоторого одинакового расстояния R , много большего размеров каждой из этих звёзд. Какая звезда окажется самой яркой? Зависит ли ответ от R ?

Бланк ответов

Таблица 2: Расстояния и энергии для звёзд Южного Креста

Звезда	r , пк	N	r_6 , пк	N_6	$N_{R=1 \text{ пк}}$
Акрукс (α Cru)	99	$4.92 \cdot 10^6$	79	$7.73 \cdot 10^6$	$4.82 \cdot 10^{10}$
Бекрукс (β Cru)	85	$3.16 \cdot 10^6$	65	$5.40 \cdot 10^6$	$2.28 \cdot 10^{10}$
Гакрукс (γ Cru)	27	$2.31 \cdot 10^6$	7	$3.44 \cdot 10^7$	$1.68 \cdot 10^9$
Декрукс (δ Cru)	106	$7.7 \cdot 10^5$	86	$1.17 \cdot 10^6$	$8.65 \cdot 10^9$
Вега (α Lyr)		$1.00 \cdot 10^7$	—	—	

а) Что ярче на земном небе? ☐ Вега ☒ **Южный Крест**

Расчёт: $\underbrace{4.92 \cdot 10^6 + 3.16 \cdot 10^6 + 2.31 \cdot 10^6 + 7.7 \cdot 10^5}_{\Sigma \text{ фотонов от звёзд Южного Креста}} = 11.16 \cdot 10^6 > \underbrace{1.00 \cdot 10^7}_{\text{от Веги}}$.

б) Какая звезда будет самой яркой, если приблизиться на 20 парсеков?

☐ α Cru ☐ β Cru ☒ **γ Cru** ☐ δ Cru

Результаты расчётов приведены в столбцах r_6 и N_6 таблицы 2.

Расчётные формулы: $r_6 = r - 20 \text{ пк}$; $N_6 = N \cdot \left(\frac{r}{r_6}\right)^2$.

в) Какая звезда окажется самой яркой с некоторого одинакового расстояния R ?

☒ **α Cru** ☐ β Cru ☐ γ Cru ☐ δ Cru

Результаты расчётов приведены в столбце $N_{R=1 \text{ пк}}$ таблицы 2.

Расчётные формулы: $R = 1 \text{ пк}$; $N_R = N \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2$.

Зависит ли ответ на вопрос от R ? ☐ Да ☒ **Нет**

Обоснование: отношение потоков фотонов для любой пары звёзд, отнесённых

на равное расстояние R , не зависит от R ;
$$\frac{N_{R,1}}{N_{R,2}} = \frac{N_1 \cdot \left(\frac{r_1}{R}\right)^2}{N_2 \cdot \left(\frac{r_2}{R}\right)^2} = \frac{N_1 r_1^2}{N_2 r_2^2}.$$

Возможное решение:

а) Чем ярче звезда, тем больше фотонов регистрирует фотометр. Рассчитаем, сколько фотонов приходит ото всех звёзд астеризма Южный Крест в сумме. Для удобства выразим результат в миллионах фотонов:

$$N_{\text{Cрух}} = (4.92 + 3.16 + 2.31 + 0.77) \cdot 10^6 = 11.16 \text{ млн фотонов.}$$

При этом от Веги за то же время регистрируется только 10 миллионов фотонов. Соответственно, **Южный Крест ярче Веги.**

б) Выразим количество фотонов N_6 , которое зарегистрирует фотометр, если окажется на расстоянии r_6 от соответствующей звезды:

$$N = \frac{k}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_6}{N} = \frac{k}{r_6^2} \cdot \frac{r^2}{k} \quad \Rightarrow \quad N_6 = N \cdot \left(\frac{r}{r_6} \right)^2,$$

где $r_6 = r - 20$ пк.

Например, для Акрукса (α Cru) получаем:

$$r_{6,\alpha} = 99 \text{ пк} - 20 \text{ пк} = 79 \text{ пк},$$

$$N_{6,\alpha} = 4.92 \cdot 10^6 \times \left(\frac{99}{79} \right)^2 \approx 7.73 \cdot 10^6 \text{ фотонов.}$$

Результаты вычислений внесены в таблицу 2. После перемещения в сторону Южного Креста на 20 пк самой яркой звездой окажется **Гакрукс (γ Cru)**, чьё N_6 максимально.

в) По аналогии мы можем рассчитать количество фотонов, соответствующее расстоянию R :

$$N_R = N \cdot \left(\frac{r}{R} \right)^2.$$

Заметим, что отношение потоков фотонов для любой пары звёзд, отнесённых на одинаковое расстояние R , **не зависит от конкретного значения R :**

$$\frac{N_{R,1}}{N_{R,2}} = \frac{N_1 \cdot \left(\frac{r_1}{R} \right)^2}{N_2 \cdot \left(\frac{r_2}{R} \right)^2} = \frac{N_1 r_1^2}{N_2 r_2^2}.$$

Тогда расчёты можно произвести для любого R , например, удобно взять $R = 1$ пк. Результаты расчётов приведены в таблице 2.

Заметим между прочим, что такое отношение потоков характеризует отношение светимостей звёзд. В самом деле,

$$N_{R,1} = \frac{k_1}{R^2}, \quad N_{R,2} = \frac{k_2}{R^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_{R,1}}{N_{R,2}} = \frac{k_1}{k_2}.$$

Итак, при наблюдении звёзд Южного Креста с равного расстояния самой яркой из них будет **Акрукс** (α Cru), а Гакрукс окажется самой тусклой звездой в астеризме.

Критерии оценивания:

(а) Южный Крест и Вега	3
а1. Ответ — Южный Крест.....	1
а2. Корректный расчёт	2
(б) Приближение на 20 пк	9
б1. Ответ — γ Cru.....	1
б2. Вычисление новых расстояний r_6	2
• Ошибка в одном из значений	–1
• Ошибка в двух и более значениях	–2
б3. Расчётная формула для N_6	2
Участник может выразить N_6 через N , r и r_6 либо сразу подставить в формулу $r_6 = r - 20$ пк.	
б4. Вычисление потоков N_6	1×4
Исходя из расстояний, полученных участником.	
(в) Сравнение светимостей	8
в1. Ответ — α Cru.....	1
в2. Расчётная формула для N_R	1
в3. Вычисление потоков N_R	2
Участник может выбрать любое R , это не влияет на оценку; при любом R должно выполняться $N_{R,\alpha} : N_{R,\beta} : N_{R,\gamma} : N_{R,\delta} \approx 29 : 14 : 1 : 5$.	
• Ошибка в одном из значений	–1
• Ошибка в двух и более значениях	–2
в4. Зависимость выбора самой яркой звезды от R : ответ — нет.....	1
в5. Обоснование независимости ответа от R	3
• Если участник обосновывает независимость ответа расчётом для двух и более различных значений R	1
Всего	20

*8 класс.
День второй*



8.6 Страх и Ужас в Лас-Струвусе

На снимке экрана из компьютерного планетария Stellarium изображён вид неба с одного из спутников Марса. Яркая звезда слева недалеко от Регула — Солнце.

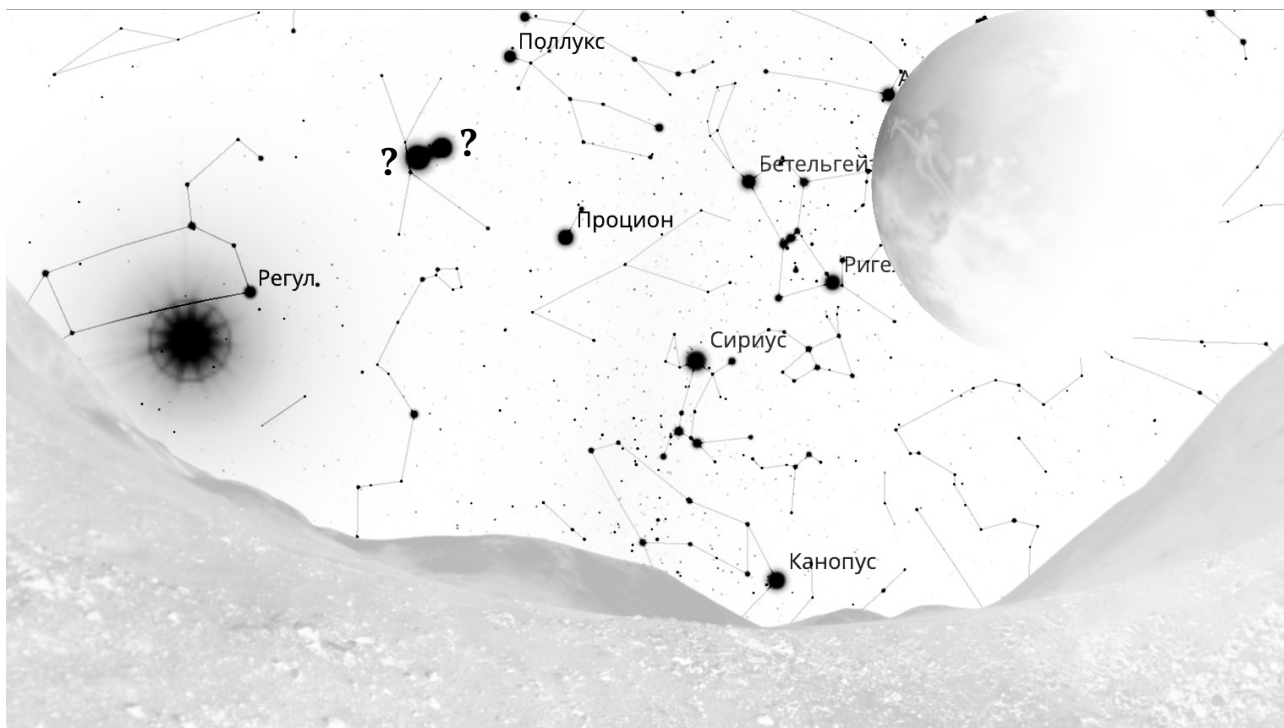


Рис. 9: Симуляция неба при наблюдении с одного из спутников Марса (негатив)

- а) Какие зодиакальные созвездия хотя бы частично попали на рис. 9?
- б) Какова средняя протяжённость зодиакального созвездия вдоль эклиптики?
- в) Используя данные о спутниках Марса (таблица 3) и, при необходимости, заготовку чертежа (рис. 10), найдите, под каким углом Марс виден с каждого из спутников.
- г) Определите по имеющимся данным, на каком спутнике находится наблюдатель.
- д) Выясните, может ли одним из двух ярких объектов, обозначенных на рис. 9 знаком «?», быть Меркурий.

Бланк ответов

а) Зодиакальные созвездия: **Лев, Рак, Близнецы, Телец, Овен, Рыбы.**

б) Градусов на созвездие: **30°.**

Обоснование: на 13 зодиакальных созвездий приходится 360° эклиптики, то есть в среднем $360^\circ / 13 \approx 28^\circ \approx 30^\circ$ на созвездие.

в) Таблица 3: Спутники Марса

Спутник	Радиус орбиты км	Орбитальный период сут.	Средний диаметр км	Масса кг	Видимый угловой размер Марса градусы (°)
Фобос	9 377.2	0.3189	22.5	$1.07 \cdot 10^{16}$	43
Деймос	23 458	1.2624	12.4	$1.48 \cdot 10^{15}$	17

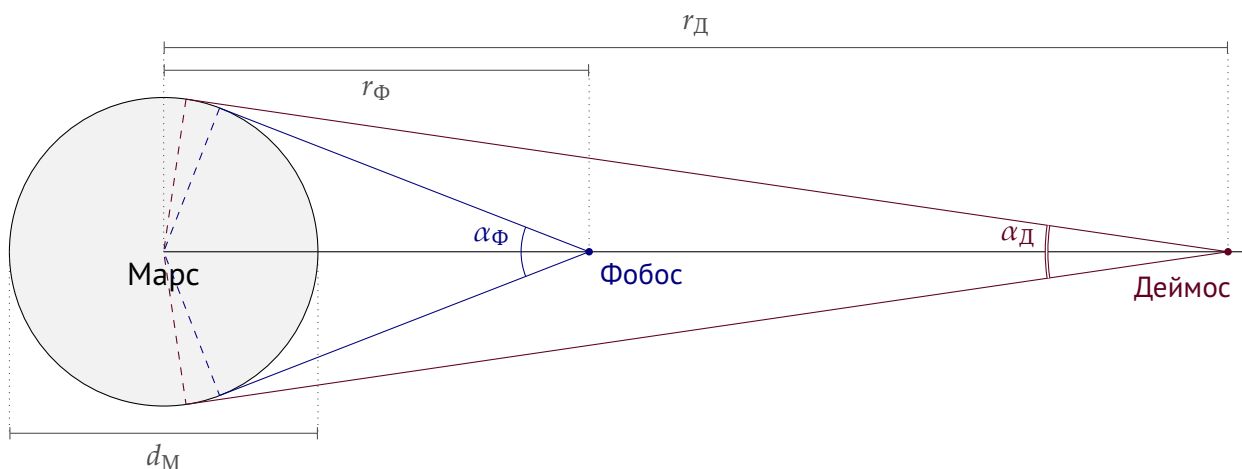


Рис. 10: Определение углового размера Марса

г) Наблюдатель на ☒ **Фобосе** ☐ Деймосе

Обоснование: соотносим угловой размер Марса со средней протяжённостью зодиакального созвездия — диск Марса закрыл бы 1.5–2 созвездия.

д) Может ли это быть Меркурий? ☐ Да ☒ **Нет**

См. решение задачи 7.6, страница 6.

8.7 Старичок-шаровичок

Определять расстояния до далёких объектов весьма непросто, поэтому придумано довольно много методов *оценки* расстояний для объектов разного типа. Так, существовало мнение, что шаровые звёздные скопления обладают примерно одинаковыми пространственными размерами, поэтому по видимому угловому размеру (диаметру) можно оценить расстояние до такого скопления. В таблице 4 приведены *измеренные* расстояния и видимые угловые диаметры для некоторых шаровых скоплений.

- а) Вычислите линейные радиусы скоплений. Определите скопления с наибольшим и наименьшим линейными радиусами. Верно ли предположение, что шаровые скопления имеют примерно одинаковые линейные размеры?
- б) Постройте график зависимости углового размера скопления от расстояния (рис. 11). Какую зависимость показывает нанесённая на заготовку графика кривая?
- в) Предположим, скопление обладает средним для выборки размером. Каков будет его угловой диаметр при наблюдении с расстояния 50 тысяч световых лет?
- г) Характерное количество звёзд в шаровом звёздном скоплении составляет $\sim 10^5$. Оцените среднюю концентрацию звёзд в скоплении Pal 2.

Бланк ответов

а) Результаты расчётов см. в таблице 4.

Наименьший радиус: скопление **М 22** — **15 св. лет**;

наибольший радиус: скопление **М 19** — **69 св. лет**.

Верно ли предположение? ☐ Да ☒ **Нет**

Обоснование: минимальный и максимальный размер скопления в выборке отличаются более чем в 4 раза.

Таблица 4: Некоторые шаровые звёздные скопления Млечного Пути

Скопление	Расстояние, тыс. св. лет	Угл. диаметр, угл. минуты (')	Диаметр, св. лет	Радиус, св. лет
М 22	3.2	32	30	15
М 15	10.3	18	54	27
М 4	6.16	35	63	31
М 5	7.5	23	50	25
Pal 2	90	1.9	50	25
Pal 12	64	2.9	54	27
М 9	25.8	12	90	45
М 55	17.3	19	96	48
М 62	22.5	15	98	49
М 72	54.7	6.6	105	53
NGC 1261	53.1	6.8	105	53
М 28	18.3	11.2	60	30
М 30	26.0	11	83	42
М 69	29.7	10.8	93	47
М 75	67.5	6.8	134	67
М 12	16.0	16	74	37
М 14	30.3	11	97	48
М 19	28.0	17	138	69
М 56	32.9	8.8	84	42
М 80	32.6	10	95	47
NGC 6569	35.5	7.0	72	36

б) Зависимость, показанная кривой: **угловой размер шарового звёздного скопления радиусом 69 св. лет (диаметром 138 св. лет) в зависимости от расстояния до скопления.**

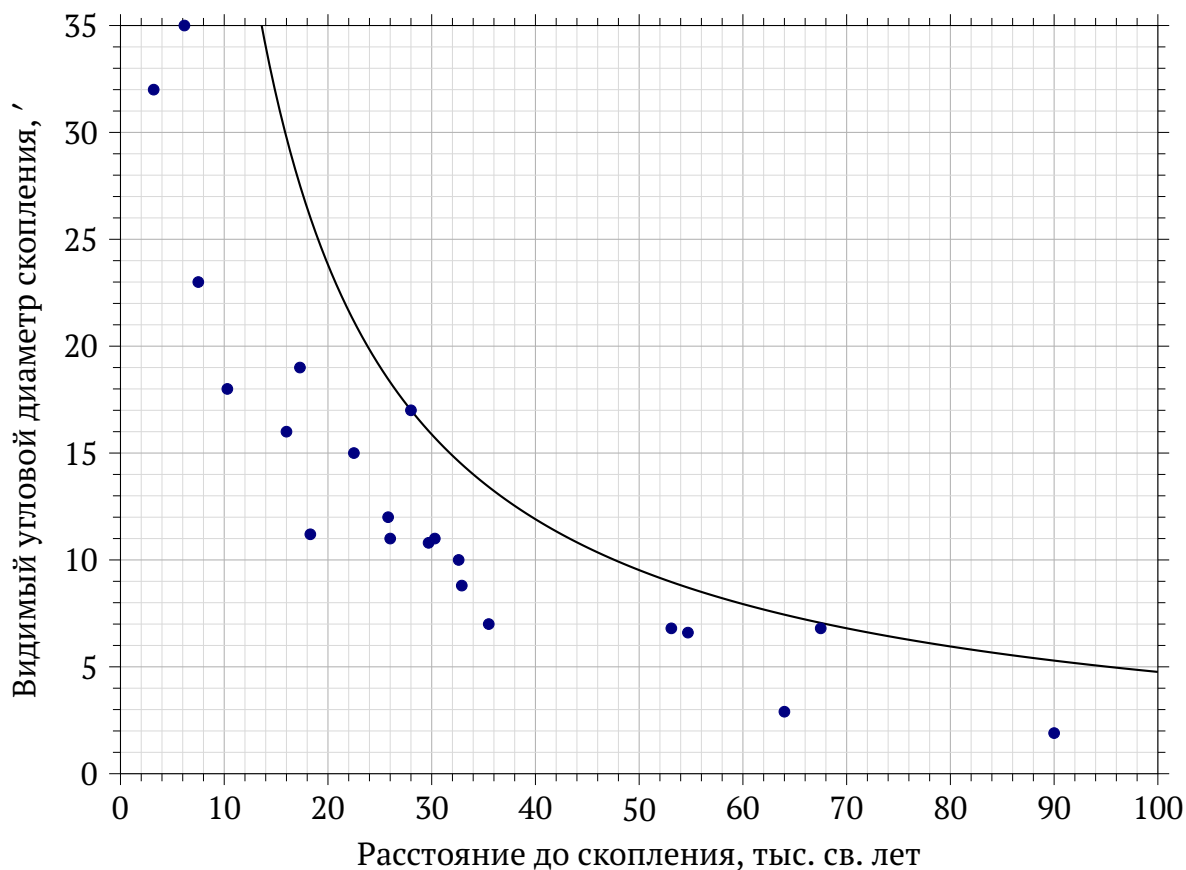


Рис. 11: Зависимость углового размера скопления от расстояния до скопления

в) Средний размер: **82 св. года**; угловой размер с 50 тыс. св. лет: **5.6'**.

Расчёт: ср. размер $\langle D \rangle = \frac{\text{Сумма столбца «Диаметр»}}{\text{Кол-во скоплений}} = \frac{1725 \text{ св. лет}}{21} \approx 82 \text{ св. года};$

угловой размер $\beta \approx 360^\circ \cdot \frac{\langle D \rangle}{2\pi r} = 360^\circ \times \frac{82}{2\pi \times 50 \times 1000} = 0.094^\circ = 5.6'.$

г) Объём Pal 2 $\sim 6.5 \cdot 10^4 \text{ (св. лет)}^3$; концентрация $\sim 1.5/(\text{св. лет})^3$.

Расчёты: объём $V = \frac{\pi}{6} D_{\text{Pal 2}}^3 = \frac{\pi}{6} \times (50 \text{ св. лет})^3 \approx 6.5 \cdot 10^4 \text{ (св. лет)}^3;$

концентрация $n = \frac{10^5}{V} = \frac{10^5}{6.5 \cdot 10^4 \text{ (св. лет)}^3} \approx 1.5/(\text{св. год})^3.$



Рис. 12: Шаровое звёздное скопление М 13 в Геркулесе
Астрофотография: Chuck Ayoub (Wikimedia Commons)

Возможное решение:

а) Шаровые звёздные скопления обладают малыми угловыми размерами, поэтому можно воспользоваться приближением малых углов (см., например, решение задачи 7.4(а)). Угловой диаметр скопления

$$\beta = 360^\circ \cdot \frac{D}{2\pi r},$$

где D — линейный диаметр скопления, r — расстояние до него. Следовательно,

$$D = \frac{\beta}{360^\circ} \cdot 2\pi r.$$

Удобно получить формулу для подстановки численных значений с учётом единиц измерения величин в таблице 4:

$$D [\text{св. лет}] = \frac{\beta [']}{360 \times 60'} \cdot 2\pi \cdot r [\text{тыс. св. лет}] \cdot 1000 = 0.2909 \cdot \beta ['] \cdot r [\text{тыс. св. лет}].$$

Соответственно, радиус скопления $R = D/2$. Результаты вычислений внесены в таблицу 4. Поскольку понятие радиуса (диаметра) шарового звёздного скопления весьма условно, у скопления нет чёткой границы (рис. 12), проводить вычисления с более чем двумя знаками было бы крайне безответственно.

Скопление с наименьшим радиусом — **М 22 (15 св. лет)**, с наибольшим — **М 19 (69 св. лет)**. Их размеры отличаются более чем в 4 раза, и это, судя по таблице, вовсе не случайность. Значит, **гипотеза** о примерной одинаковости линейных размеров шаровых звёздных скоплений **неверна**.

б) Нанесём точки $(r; \beta)$ на график (рис. 11).

Заметим, что на отмеченной кривой лежит одна точка, соответствующая скоплению М 19, имеющему наибольший радиус в выборке (69 св. лет). Практически на этой же кривой лежит ещё одна точка (М 75, радиус 67 св. лет).

Можно заметить, что эта кривая отражает обратную пропорциональную зависимость. В самом деле,

$$\begin{aligned} r_0 &= 28 \text{ тыс. св. лет} & \mapsto & \beta(r_0) = 17'; \\ r &= 14 \text{ тыс. св. лет} = r_0 \times \frac{1}{2} & \mapsto & \beta(r) = 34' = \beta(r_0) \times 2; \\ r &= 42 \text{ тыс. св. лет} = r_0 \times \frac{3}{2} & \mapsto & \beta(r) \approx 11.3' \approx \beta(r_0) \times \frac{2}{3}; \\ r &= 56 \text{ тыс. св. лет} = r_0 \times 2 & \mapsto & \beta(r) = 7.5' = \beta(r_0) \times \frac{1}{2} \\ & & & \text{и т. д.} \end{aligned}$$

Значит, точки этой кривой отражают **зависимость видимого углового размера скопления заданного радиуса при различных расстояниях до наблюдателя**. Размер скопления соответствует размеру М 19 (радиус 69 св. лет, диаметр 138 св. лет).

в) Средний размер (диаметр) скопления найдём как среднее арифметическое столбца «Диаметр» таблицы 4:

$$\langle D \rangle = \frac{D_1 + D_2 + \dots + D_{21}}{21} \approx \mathbf{82 \text{ св. года.}}$$

Для нахождения видимого углового размера такого скопления при наблюдении с расстояния $r = 50$ тыс. св. лет воспользуемся ранее полученной формулой:

$$\beta ['] = \frac{\langle D \rangle [\text{св. лет}]}{0.2909 \cdot r [\text{тыс. св. лет}]} = \frac{82}{0.2909 \times 50} ['] = \mathbf{5.6'}.$$

г) Концентрация звёзд есть их количество $N \sim 10^5$, отнесённое к объёму V скопления.

Объём скопления вычислим как объём шара известного диаметра (радиуса):

$$V = \frac{\pi}{6} D_{\text{Pal 2}}^3 = \frac{4\pi}{3} R_{\text{Pal 2}}^3 \approx 6.5 \cdot 10^4 \text{ (св. лет)}^3.$$

Грубо оценить объём можно и как $V \sim D_{\text{Pal 2}}^3 \sim 1.3 \cdot 10^5 \text{ (св. лет)}^3$.

Средняя концентрация звёзд в скоплении оценивается как

$$n \sim \frac{N}{V} = \frac{10^5}{6.5 \cdot 10^4 \text{ (св. лет)}^3} \approx 1.5 / \text{(св. год)}^3.$$

Отметим, что более грубая оценка объёма на порядок ответа $n \sim 1 / \text{(св. год)}^3$ не повлияет. Поскольку шаровые скопления существенно неоднородны по объёму, к центру концентрация будет существенно выше, к краям — ниже.

Критерии оценивания (★ — приводится на бланке решения):

(а) Радиусы скоплений 8

а1. Верное вычисление радиусов скоплений с точностью ± 1 св. год 5

- ★ *Отсутствует описание метода на бланке решения* -2
- *Перепутаны диаметры и радиусы* -2,
но полученные значения ошибочными не считаются.
- *За каждое неверное значение радиуса (или диаметра)* -1,
но не меньше 0 баллов за критерий а1.

Дальнейший анализ проводится на основе полученных значений.

а2. Указание скоплений с наименьшим и наибольшим радиусом 1 + 1

а3. Верно ли предположение: ответ — нет 1

- *Отсутствует корректное обоснование ответа* -1

(б) График зависимости 5

б1. Построение графика 3

- *За каждые **три** неверно отмеченные точки* -1,
но не меньше 0 баллов за критерий б1.

б2. Верное указание смысла проведенной кривой как зависимости углового размера скопления заданного размера от расстояния 2

- *Указание на обратную пропорциональную зависимость* 1
Частичным баллом могут оцениваться и иные неполные формулировки.

(в) Среднее скопление	3
в1. Корректное вычисление среднего размера скопления с точностью ± 1 св. год.....	1
<i>Вычисление основывается на ранее полученных результатах.</i>	
• Перепутаны диаметры и радиусы	-1
в2. Корректное вычисление углового размера такого скопления	2
<i>Вычисление основывается на ранее полученных результатах.</i>	
• Отсутствует описание способа расчёта	-2
(г) Объём скопления и концентрация звёзд	4
<i>Вычисления основываются на ранее полученных результатах.</i>	
г1. Вычисление объёма: формула + ответ	1 + 1
<i>Засчитываются оценки $V \in [0.3D^3; D^3] \equiv [2.4R^3; 8R^3]$.</i>	
г2. Вычисление концентрации: формула + ответ	1 + 1
<i>Засчитываются оценки n с точностью не хуже 20 %.</i>	
Всего	20

8.8 Астрономия Петербурга

До конца XIX века для отсчёта географической долготы страны использовали свои собственные национальные нулевые меридианы, проходящие, как правило, через центральные обсерватории этих стран: в Англии нулевым считался Гринвичский меридиан, во Франции — Парижский и т. д. В Российской империи отсчёт долгот изначально вёлся от Петербургского меридиана, проходящего через Астрономическую обсерваторию Петербургской академии наук, которая находилась в башне Кунсткамеры. В 1844 году нулевым стал Пулковский меридиан, проходящий через центр Круглого зала главного здания Пулковской обсерватории (таблица 5).

- а) Для определения времени по Луне в России издавались месяцословы, в которых печатались таблицы с указанием точных моментов прохождения Луны через Петербургский меридиан. Какую поправку необходимо было внести в эти данные, чтобы узнать моменты прохождения Луны через Пулковский меридиан?
- б) Вдоль прямой, соединяющей Пулковскую обсерваторию и шпиль Петропавловского собора, проложена одна из главных магистралей города — Московский проспект и продолжающее его к югу Пулковское шоссе. Вопреки распространённому заблуждению, она не проходит в точности вдоль Пулковского меридиана. Определите расстояние между Петропавловским собором и Пулковской обсерваторией, а также угол между дорогой и меридианом.
- в) Отметьте на карте (рис. 13) Пулковскую обсерваторию и вышеуказанную магистраль. Определите масштаб карты, то есть отношение соответствующих расстояний на карте и на местности (например, 1 : 1 000 000).

Таблица 5: Географические координаты упомянутых в условии задачи точек

Точка	Широта	Долгота
Кунсткамера, башня	59° 56' 30" с. ш.	30° 18' 16" в. д.
Пулковская обсерватория, центр Круглого зала	59° 46' 18" с. ш.	30° 19' 34" в. д.
Петропавловский собор, шпиль	59° 57' 01" с. ш.	30° 18' 58" в. д.

Бланк ответов

- а) Поправка для Пулковского меридиана: \square ПЛЮС \checkmark МИНУС **00 мин 5.2 с.**

Расчёт: $\frac{30^\circ 18' 16'' - 30^\circ 19' 34''}{360^\circ} \times 24 \text{ ч} = \frac{-78''}{360 \times 60 \times 60} \times (24 \times 60 \times 60) \text{ с} = -5.2 \text{ с.}$

- б) Расстояние между собором и обсерваторией: **20 км.**

Угол между Московским проспектом и меридианом: **1.6°.**

- в) Масштаб карты: 1 : **260 000**, то есть 1 см на карте — **2.6 км.**

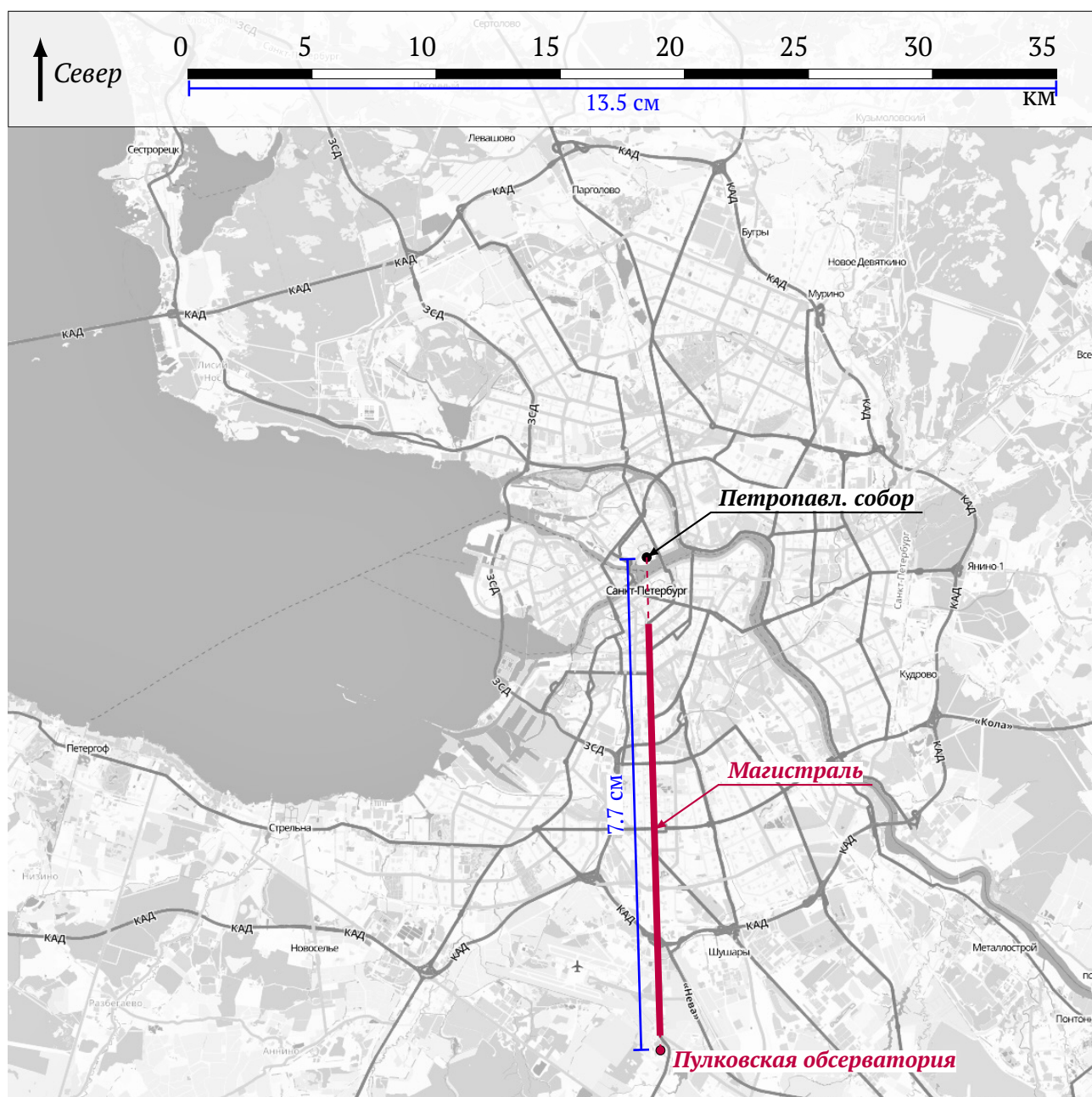


Рис. 13: Фрагмент карты Санкт-Петербурга

Возможное решение:

а) Пулковский меридиан ($30^{\circ} 19' 34''$ в. д.) расположен восточнее Петербургского ($30^{\circ} 18' 16''$ в. д.), поэтому кульминация Луны на нём будет происходить раньше. Таким образом, поправка **отрицательна**.

За 24 часа Земля поворачивается на 360° ; поскольку ожидаемая поправка невелика (пункты-то близко, в пределах одного города), движением Луны пренебрежём. Вычислим поправку:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_{\text{Кунсткамера}} - \lambda_{\text{Пулково}}}{360^{\circ}} \times 24 \text{ ч} &= \frac{30^{\circ} 18' 16'' - 30^{\circ} 19' 34''}{360^{\circ}} \times 24 \text{ ч} = \\ &= \frac{-78''}{360 \times 60 \times 60} \times (24 \times 60 \times 60) \text{ с} = -5.2 \text{ с}. \end{aligned}$$

Конечно, в реальной жизни учёт такой малой поправки не требовался: время в старых месяцесловах указывалось с точностью до минут. А вот в XX веке счёт шёл уже на *сотые доли* секунды.

б) Точки в пределах одного города расположены, очевидно, не слишком далеко друг от друга — можно воспользоваться плоским приближением. Расстояние между собором и обсерваторией вдоль географического меридиана составляет

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta\varphi}{360^{\circ}} \cdot 2\pi R_{\oplus} = \frac{59^{\circ} 57' 01'' - 59^{\circ} 46' 18''}{360^{\circ}} \times 2\pi \times 6371 \text{ км} = 19.86 \text{ км}.$$

Длина географической параллели зависит от широты: она максимальна на экваторе и уменьшается до нуля к полюсам. Это значит, что 1° долготы на разных широтах соответствует разным расстояниям. Широта Санкт-Петербурга примерно равна 60° ; в прямоугольном треугольнике (рис. 14) катет r лежит против угла 30° , следовательно, он вдвое короче гипотенузы R_{\oplus} , и

$$\frac{\text{Длина параллели } 60^{\circ}}{\text{Длина экватора}} = \frac{2\pi r}{2\pi R_{\oplus}} = \frac{r}{R_{\oplus}} = \frac{1}{2}.$$

Тогда расстояние между собором и обсерваторией вдоль географической параллели составляет

$$\Delta\Lambda = \frac{\Delta\lambda}{360^{\circ}} \cdot 2\pi r = \frac{30^{\circ} 19' 34'' - 30^{\circ} 18' 58''}{360^{\circ}} \times 2\pi \times \frac{6371 \text{ км}}{2} = 0.56 \text{ км}.$$

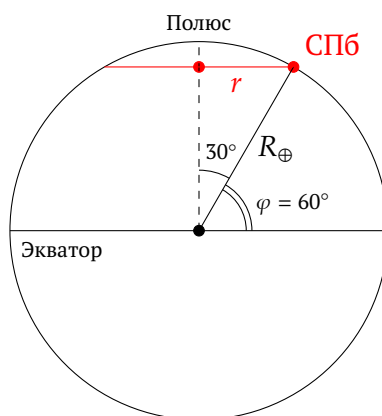


Рис. 14: К определению длины петербургской параллели

Теперь можем найти полное расстояние собор — обсерватория по теореме Пифагора:

$$l = \sqrt{\Delta\Phi^2 + \Delta\Lambda^2} = \sqrt{(19.86 \text{ км})^2 + (0.56 \text{ км})^2} \approx \mathbf{20 \text{ км}}.$$

Так как $\Delta\Lambda \ll \Delta\Phi$, угол между Московским проспектом и меридианом можно найти в приближении малого угла — как угловой размер отрезка $\Delta\Lambda$ с расстояния $l \approx \Delta\Phi$:

$$\frac{\Delta\Lambda}{2\pi\Delta\Phi} \approx \frac{\rho}{360^\circ} \quad \Rightarrow \quad \rho = 360^\circ \cdot \frac{\Delta\Lambda}{2\pi\Delta\Phi} = 360^\circ \times \frac{0.56}{2\pi \times 20} \approx \mathbf{1.6^\circ}.$$

Отметим, что угол слишком мал для прямых измерений на карте.

в) Определим масштаб карты. Воспользуемся линейкой, чтобы измерить длину шкалы. В результате измерений получаем[†], что 35 км соответствуют 13.5 см на карте. Таким образом, 1 см карты содержит в себе $35 \text{ км} / 13.5 \approx 2.6 \text{ км} = 260\,000 \text{ см}$ земной поверхности, то есть масштаб карты **1 : 260 000**.

Осталось отметить объекты на карте. Московский проспект представляет собой отрезок прямой, проходящей через собор практически точно вдоль меридиана, к югу от центра города (т. е. «внизу»). Он хорошо виден на карте.

На карте расстояние от собора до обсерватории будет составлять

$$\frac{20 \text{ км}}{35 \text{ км}} \times 13.5 \text{ см} = 7.7 \text{ см}.$$

Это расстояние нужно отложить вдоль Московского проспекта (см. рис. 13). Можно заметить, что рядом с искомой точкой продолжение Московского проспекта,

[†]Приведённые размеры соответствуют печати условия задачи на листе А4 с масштабом 100 %.

Пулковское шоссе, отходит от прямой линии в сторону, обходя Пулковскую гору — холм, на вершине которого и расположена обсерватория.

Критерии оценивания (★ — приводится на бланке решения):

(а) Поправка ко времени 4

а1. Знак поправки — минус 1

а2. Абсолютная величина поправки 3

- Ответ $\in [5.0; 5.4]$ с 1

Балл за ответ выставляется только при наличии расчёта.

- Корректный расчёт разности долгот 1

- Связь разности долгот с разностью местных времён 1

В любой форме: через связь с вращением Земли, указание пропорции $15^\circ/\text{ч}$ и т. д.

(б) Наклон и расстояние 10

б1. Расстояние между собором и обсерваторией 6

- Ответ $\in [19; 21]$ км 1

Балл за ответ выставляется только при наличии расчёта.

- Корректный расчёт разности широт и долгот 1 + 1

- Корректный расчёт расстояния $\Delta\Phi$ вдоль меридиана 1

- Корректный расчёт расстояния $\Delta\Lambda$ вдоль параллели 1

Обязателен учёт отношения длины параллели к длине экватора (фактор $\cos \varphi = 0.5$ в любой форме).

- Теорема Пифагора для вычисления l 1

Вместо пошагового расчёта участники могут записать единую формулу для вычисления l , в т. ч. формулу из сферической теоремы косинусов. Баллы за элементы расчёта выставляются по соответствию элементов такой формулы.

б2. Угол к меридиану 4

- Ответ с точностью не хуже $\pm 0.1^\circ$ 1

Балл за ответ выставляется только при наличии расчёта, основанного на ранее полученных результатах.

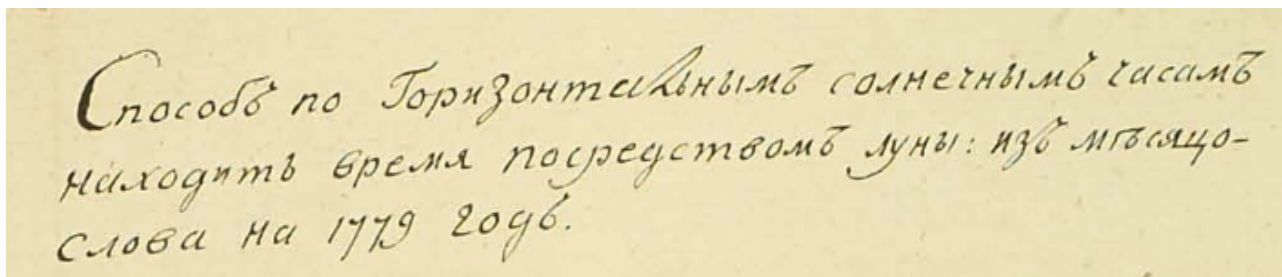
- Корректный расчёт угла к меридиану по аналогии с угловым размером ($\Delta\Lambda$ с расстояния $l \approx \Delta\Phi$) 3

Неучёт фактора $\cos \varphi$ не штрафруется.

- Угол измеряется по карте/чертежу 1

(в) Масштаб и карта	6
в1. Масштаб карты	3
• 1 см на карте соответствует [2.5; 2.7] км	1
• ★ <i>Отсутствует расчёт на бланке решения</i>	-1
• Указание масштаба карты	2
<i>Внимательнее с количеством нулей!</i>	
• <i>Результат не округлён до 2–3 значащих цифр</i>	-1
в2. Отметки на карте	3
• ★ Корректный расчёт расстояния от собора до обсерватории на карте, результат $\in [7.5; 7.9]$ см	1
• Отметка обсерватории на карте	1
<i>К югу от собора, исходя из расстояния, полученного участником.</i>	
• Отметка магистрали на карте	1
<i>С учётом разметки улиц (начинается не у собора и идёт вдоль Московского проспекта и прямого участка Пулковского шоссе).</i>	
Всего	20

Рекомендуется проверить фактический масштаб печати! Если условия были распечатаны не в 100-процентном масштабе, эталонные ответы во всех критериях, связанных с измерениями на рисунке, пересчитываются пропорционально.

К задаче 8.8: из месяцослова на 1799 год**Способ по горизонтальным солнечным часам находить время посредством Луны: из месяцослова на 1779 год**

Нередко случается, а особливо в зимнее время, что при пасмурных днях ночи бывают ясные, и когда Луна бывает видима, то она может служить к поправлению часов или к показанию истинного времени, призывая в помощь время, вычисленное на каждый день прохождения Луны чрез меридиан. Хотя в месяцослове показано время прохождения только чрез Санкт-Петербургский меридиан, однако то может служить и для других мест, которых положение на шаре земном известно.

Что касается до тех мест, которые не под одним меридианом лежат с Санкт-Петербургом, то надлежит вычислять, сколько в данном каком-нибудь месте Луна бывает на меридиане ранее или позже, нежели в Петербурге. Для сего вычисления надобно знать долготу данного места от Санкт-Петербургского меридиана, которую можно заимствовать из таблицы, показывающей долготу и широту мест Российской Империи.

Однако ежели данное место не западнее или не восточнее лежит, как на 1° от Санкт-Петербурга, то ошибка не составит ещё целой минуты, ежели время прохождения Луны чрез меридиан того места то самое взято будет, какое в месяцослове на Санкт-Петербургском меридиане показано.

Что касается до мест, кои больше, как на 1° восточнее или западнее лежат от Санкт-Петербурга, то в первом случае на каждые 1° надлежит из времени прохождения Луны чрез Санкт-Петербургский меридиан вычесть 1 минуту, а во втором придать столько же, чтобы произошло время прохождения Луны чрез меридиан данного места.

Сборник речей, выписей богословского характера, записей рецептов лекарственных и хозяйственных, состава красок, способов определения времени и пр. рукопись, конец XVIII в.^{||} С. 52–53.

^{||}Российская государственная библиотека. Электронная копия: Национальная электронная библиотека [электронный ресурс]. URL: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_004980901/

Справочные данные

Некоторые основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Масса протона	$m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса электрона	$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а. е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Данные о Солнце, Земле и Луне

Светимость Солнца	$L_{\odot} = 3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Видимая звёздная величина Солнца	$m_{\odot} = -26.8^{\text{m}}$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot, \text{eff}} = 5.8 \cdot 10^3 \text{ К}$
Поток энергии на расстоянии Земли	$E_{\odot} = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$
Тропический год	$= 365.24219 \text{ сут.}$
Средняя орбитальная скорость	$= 29.8 \text{ км/с}$
Звёздные сутки	$= 23 \text{ ч } 56 \text{ мин } 04 \text{ с}$
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23.44^{\circ}$
Сидерический месяц	$= 27.32 \text{ сут.}$
Синодический месяц	$= 29.53 \text{ сут.}$
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_{\zeta} = -12.7^{\text{m}}$

Характеристики Солнца, планет Солнечной системы и Луны

	Радиус орбиты, а. е.	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, 10^3 км	Осевой период
☉ Солнце			$1.989 \cdot 10^{30}$	697	25.38 сут.
☿ Меркурий	0.3871	87.97 сут.	$3.302 \cdot 10^{23}$	2.44	58.65 сут.
♀ Венера	0.7233	224.70 сут.	$4.869 \cdot 10^{24}$	6.05	243.02 сут.
⊕ Земля	1.0000	365.26 сут.	$5.974 \cdot 10^{24}$	6.37	23.93 ч
☾ ↔ Луна	0.0026	27.32 сут.	$7.348 \cdot 10^{22}$	1.74	синхр.
♂ Марс	1.5237	686.98 сут.	$6.419 \cdot 10^{23}$	3.40	24.62 ч
♃ Юпитер	5.2028	11.862 лет	$1.899 \cdot 10^{27}$	71.5	9.92 ч
♄ Сатурн	9.5388	29.458 лет	$5.685 \cdot 10^{26}$	60.3	10.66 ч
♅ Уран	19.1914	84.01 лет	$8.683 \cdot 10^{25}$	25.6	17.24 ч
♆ Нептун	30.0611	164.79 лет	$1.024 \cdot 10^{26}$	24.7	16.11 ч